

Sincronización de Robots Móviles Tipo (2,0) Mediante un Enfoque Discreto

F. Rosales-Hernández, M. Velasco-Villa y R. Castro-Linares
Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN,
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica,
Av. IPN, No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco, 07300 México D.F., México.
Email: {frosales,velasco,rcastro}@cinvestav.mx

Resumen— En escenarios cada vez más frecuentes donde se realizan tareas que requieren del trabajo coordinado de un grupo de robots, es necesario desarrollar técnicas de control donde se involucre no solo el error individual de un robot en particular, sino también, se tenga en consideración el comportamiento del grupo en general. En este trabajo, bajo el concepto de sincronización, se presenta una estrategia con dos acciones de control, la formación del grupo de robots y el seguimiento de trayectoria de cada robot. Dichas acciones de control poseen pesos con los cuales se logra regular al sistema entre formación y seguimiento. Se prueba la convergencia asintótica de los errores y se presentan experimentos en tiempo real con tres robots tipo unicycle considerando la perturbación generada al detener uno de ellos.

I. INTRODUCCIÓN

El uso de uno o varios vehículos móviles para vigilancia (Feddema et al., 2002), exploración (Fox et al., 2000), limpieza, transporte de grandes objetos (Stilwell and Bay, 1993), detección de incendios en bosques o monitoreo de contaminación en el aire o bajo el agua se ha visto incrementado en los últimos años por la necesidad de realizar tareas autónomas en áreas que se deben cubrir en algunos casos evadiendo obstáculos y considerando trayectorias deseadas. Las tareas a realizar presentan un reto en la programación, diseño mecánico, comunicación y mediciones que involucran un buen desempeño, confiabilidad y seguridad al realizar las tareas.

Algunas estrategias de control que enfocan su trabajo a la coordinación de robots son: basadas en comportamiento (Balch and Arkin, 1998); método de gráficas (Desai et al., 2001); estructuras virtuales (Tan and Lewis, 1996), líder-seguidor (Chen et al., 2009)-(Das et al., 2002) y sincronización (Sun et al., 2009)-(Sun and Wang, 2007) en el cual está basado principalmente este trabajo. La teoría de gráficas plantea leyes de control descentralizadas para un grupo de n robots donde uno de ellos es el líder general y los demás toman el rol de líderes-seguidores en cadena para la formación, la posición de un seguidor con respecto a un líder se establece mediante una distancia entre los puntos medios del eje de las ruedas de tracción de los vehículos y un ángulo formado entre la recta definida por los puntos anteriores y el eje longitudinal del robot líder, por lo que el control se puede tener en cada robot seguidor por medio de la información de posición y velocidades de su

robot líder. Una estructura virtual (Tan and Lewis, 1996) es una colección de elementos, esto es, robots, los cuales mantienen una relación geométrica semirrígida con respecto a los demás y a el marco de referencia, la estructura virtual se considera como una sola entidad la cual sigue una trayectoria deseada y se considera como una estructura de control centralizada.

En este trabajo se plantea el problema de sincronización de un grupo de n robots móviles tipo unicycle (tipo (2,0)) considerando un enfoque en tiempo discreto. Se hace uso de la representación discreta exacta (Velasco-Villa et al., 2009) de los robots obtenida a partir del modelo continuo representado en función de un punto fuera del eje de las ruedas. Bajo estas condiciones, se propone una ley de control que permita a un grupo de robots mantener una formación mientras se sigue una trayectoria deseada utilizando el concepto de sincronización. El esquema de control propuesto se evalúa en tiempo real mediante la utilización de un sistema de localización absoluta basada en una retroalimentación visual. Mediante este método (Sun et al., 2009) se obtiene la posición cartesiana del robot así como también su respectiva orientación.

La organización del trabajo se describe a continuación: En la Sección II se presenta el modelo del robot unicycle en su forma discreta para un punto fuera del eje de las ruedas. En la sección III se plantea el problema de sincronización a resolver, para proponer en la sección IV una estrategia de control que se encargue del problema y cuya estabilidad se demuestra formalmente. Esta ley de control se evalúa mediante una plataforma experimental presentado los resultados obtenidos en la sección V y dando las conclusiones del trabajo en la sección VI.

II. CLASE DE ROBOT MÓVIL

Se considera un robot móvil tipo unicycle o tipo (2,0) (Canudas et al., 1996). Considerando la Figura 1 es fácil describir el modelo cinemático del robot móvil bajo estudio en la forma,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \cos(x_3) \\ u_1 \sin(x_3) \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

La posición y orientación del robot móvil en el plano, $X_1 - X_2$ puede describirse por sus coordenadas (x_1, x_2) y el ángulo x_3 que el robot forma con respecto

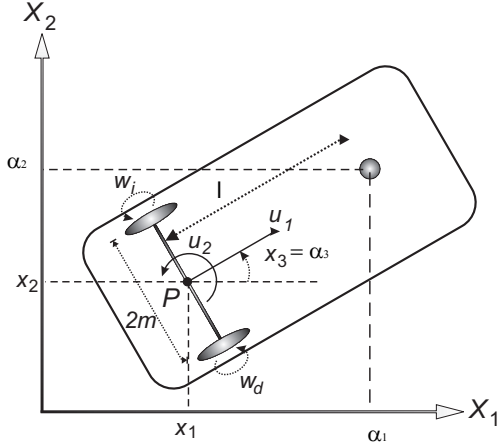


Figura 1. Tipo de robot móvil considerado

al eje X_1 . En la Figura 1, w_d y w_i representan las velocidades angulares de las ruedas derecha e izquierda; $2m$ representa la distancia entre las ruedas del robot; u_1 representa la velocidad lineal y u_2 la velocidad angular del robot. Éstas velocidades se relacionan con las velocidades rotacionales de sus ruedas a partir de

$$\begin{bmatrix} w_d \\ w_i \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & m \\ 1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

siendo r el radio de las ruedas. Esta transformación es no singular para todo $r, m > 0$.

La tarea de sincronización se realiza para un conjunto de robots móviles, cuyo modelo está dado por (1), considerando como salidas del sistema, las coordenadas cartesianas dada por un punto localizado en la parte delantera del eje longitudinal del robot. Este punto se denota en la Figura 1 por las coordenadas $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, las cuales se definen como,

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + l \cos(x_3) \\ x_2 + l \sin(x_3) \\ x_3 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Nótese que el mapeo dado por (2) representa una transformación de coordenadas definida globalmente. Es fácil ver que en las nuevas coordenadas (2), el sistema toma la nueva representación,

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \cos(\alpha_3) - lu_2 \sin(\alpha_3) \\ u_1 \sin(\alpha_3) + lu_2 \cos(\alpha_3) \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

II-A. Modelo discreto exacto

Considérese un sistema no lineal descrito en la forma,

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (4)$$

donde $x \in R^n$ y la señal de control $u \in R^n$.

La discretización exacta de este sistema no lineal (cuando es posible) se lleva a cabo bajo las siguientes condiciones:

i) Un periodo de muestreo $T > 0$.

ii) Intervalos de tiempo definidos en la forma,

$$t_k = \{t \in [kT, kT + T)\}$$

donde $k = 0, 1, 2, \dots$

iii) Señales de control constantes entre los instantes t_k . Esto es, $u(\tau) = u(kT)$.

Para simplificar los desarrollos en el resto del trabajo, se utilizará la notación $\zeta^+ = \zeta(kT + T)$, $\zeta = \zeta(kT)$, $\zeta^- = \zeta(kT - T)$ y en general, $\zeta^{[\pm n]} = \zeta(kT \pm nT)$.

Considerando la tercera ecuación en (3), se obtiene fácilmente,

$$\alpha_3(t) = \alpha_3(kT) + u_2(kT)[t - kT], \quad (5)$$

con lo cual, al evaluar al final del intervalo t_k , se obtiene

$$\alpha_3^+ = \alpha_3 + Tu_2. \quad (6)$$

A partir de la primera ecuación de (3) es fácil ver que en el intervalo t_k ,

$$\alpha_1(t) = \alpha_1(kT) + \int_{kT}^t [u_1 \cos(\alpha_3) - lu_2 \sin(\alpha_3)] d\xi,$$

sustituyendo (5) en la ecuación anterior y evaluando la integral correspondiente al final del intervalo t_k , se obtiene

$$\alpha_1^+ = \alpha_1 + 2u_1\psi(u_2) \cos(\gamma) - 2lu_2\psi(u_2) \sin(\gamma), \quad (7)$$

donde,

$$\psi(u_2) = \begin{cases} \frac{\sin(\frac{Tu_2}{2})}{\frac{u_2}{2}} & \text{si } u_2 \neq 0 \\ \frac{Tu_2}{2} & \text{si } u_2 = 0 \end{cases} \quad \text{y } \gamma = \alpha_3 + \frac{Tu_2}{2} \quad (8)$$

Aplicando un procedimiento similar para la segunda ecuación de (3) y considerando i robots, se obtiene la representación discreta exacta para el i -ésimo robot en la forma,

$$\begin{aligned} \alpha_{i1}^+ &= \alpha_{i1} + 2\psi_i(u_{i2}) [u_{i1} \cos(\gamma_i) - lu_{i2} \sin(\gamma_i)] \\ \alpha_{i2}^+ &= \alpha_{i2} + 2\psi_i(u_{i2}) [u_{i1} \sin(\gamma_i) + lu_{i2} \cos(\gamma_i)] \\ \alpha_{i3}^+ &= \alpha_{i3} + Tu_{i2}, \end{aligned} \quad (9)$$

donde,

$$\psi_i = \begin{cases} \frac{\sin(\frac{Tu_{i2}}{2})}{\frac{u_{i2}}{2}} & \text{si } u_{i2} \neq 0 \\ \frac{Tu_{i2}}{2} & \text{si } u_{i2} = 0 \end{cases} \quad \text{y } \gamma_i = \alpha_{i3} + \frac{Tu_{i2}}{2} \quad (10)$$

La salida del sistema (9) se considerara el punto delantero de cada robot móvil, esto es,

$$y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \end{bmatrix}.$$

III. PROBLEMA DE SINCRONIZACIÓN

Se define el problema de sincronización como la coordinación o relación precisa de dos o más eventos, sistemas o procesos en el tiempo. La idea básica de control por sincronización es la regulación de los movimientos de los robots mientras siguen una trayectoria deseada para asegurar que éstos se mantengan dentro de una cierta posición de formación (Sun et al., 2009).

IV. ESTRATEGIA DE CONTROL

La estrategia de control bajo el concepto de sincronización involucra tres errores que nos ayudan a determinar las entradas de control a introducir en cada vehículo. Estos errores son: posición, sincronización y acoplamiento.

El error de posición es el que indica cual es la distancia entre el vehículo y la posición donde debería estar de acuerdo a su trayectoria deseada, esto es

$$e_i = y_i - y_{id} = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} - \alpha_{i1d} \\ \alpha_{i2} - \alpha_{i2d} \end{bmatrix},$$

donde el subíndice d denota los valores deseados correspondientes.

El error de sincronización considera el error del vehículo en el marco de referencia global con respecto al error del vehículo vecino,

$$\varepsilon_i = C_i e_i - C_{i+1} e_{i+1}, \quad (11)$$

donde $C_i = \text{diag}\{c_{i1}, c_{i2}\}$, $c_{ij} \in R$. Los errores de acoplamiento se definen como,

$$E_i = \begin{bmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{bmatrix} = C_i e_i + \beta_i (\varepsilon_i^- - \varepsilon_{i-1}^-), \quad (12)$$

donde $\beta_i = \text{diag}\{\beta_{i1}, \beta_{i2}\}$, $\beta_{ij} \in R$.

La estrategia de control se obtiene al considerar la evolución en el tiempo del error de acoplamiento, para tal efecto se considera el adelanto en el tiempo de la ecuación (12), es decir

$$\begin{aligned} E_i^+ &= C_i e_i^+ + \beta_i (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) \\ &= C_i \begin{bmatrix} \alpha_{i1}^+ - \alpha_{i1d}^+ \\ \alpha_{i2}^+ - \alpha_{i2d}^+ \end{bmatrix} + \beta_i \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} - \varepsilon_{(i-1)1} \\ \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{(i-1)2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Al sustituir (9) en (13) se obtiene,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{i1}^+ \\ E_{i2}^+ \end{bmatrix} &= C_i \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \end{bmatrix} + 2\psi_i C_i R(\gamma_i) \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} \\ &- C_i \begin{bmatrix} \alpha_{i1d}^+ \\ \alpha_{i2d}^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{i1} & 0 \\ 0 & \beta_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} - \varepsilon_{(i-1)1} \\ \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{(i-1)2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

donde,

$$R(\gamma_i) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) & -l \sin(\gamma_i) \\ \sin(\gamma_i) & l \cos(\gamma_i) \end{bmatrix}.$$

A partir de (14), es posible ver la complejidad existente en la síntesis de la retroalimentación u_i . Motivados por el enfoque discreto utilizado, para resolver el problema de sincronización planteado, se propone la utilización de la retroalimentación,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vartheta_{i1} \\ \vartheta_{i2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_{i1} \psi_i \\ u_{i2} \psi_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} R^{-1}(\bar{\gamma}_i) \times \\ &\times \left\{ C_i^{-1} v_i - \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{i1d}^+ \\ \alpha_{i2d}^+ \end{bmatrix} \right. \\ &\left. - C_i^{-1} \begin{bmatrix} \beta_{i1} & 0 \\ 0 & \beta_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} - \varepsilon_{(i-1)1} \\ \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{(i-1)2} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

donde,

$$\bar{\gamma}_i = \alpha_{3i} + \frac{T u_{i2}^-}{2} \text{ y } v_i = \begin{bmatrix} h_{i1} & 0 \\ 0 & h_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{bmatrix}$$

con h_{i1} y h_{i2} parámetros constantes. La retroalimentación finalmente puede obtenerse como,

$$\begin{aligned} u_{i2} &= \frac{2}{T} \arcsin(\vartheta_{i2}) \\ u_{i1} &= \frac{\vartheta_{i1}}{\psi_i(u_{i2})}. \end{aligned}$$

IV-A. Análisis del error de acoplamiento

Para analizar la evolución del error de acoplamiento, considere la dinámica resultante del sistema en lazo cerrado dado por (14)-(15). Nótese primero que

$$\gamma_i - \bar{\gamma}_i = \frac{T u_{i2}}{2} - \frac{T u_{i2}^-}{2} = \frac{T}{2} (u_{i2} - u_{i2}^-)$$

que corresponde a una aproximación discreta de la aceleración angular $a_{u_{i2}}$, es posible escribir

$$\gamma_i - \bar{\gamma}_i \approx \frac{T^2}{2} a_{u_{i2}} \quad (16)$$

Entonces, al considerar una baja aceleración angular junto con un periodo de muestreo suficientemente pequeño es posible asegurar que $\gamma_i - \bar{\gamma}_i \approx 0$. Así que, dado que,

$$R(\gamma_i) R^{-1}(\bar{\gamma}_i) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) & -\sin(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) \\ \sin(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) & \cos(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) \end{bmatrix}$$

a partir de (16), se tiene que $\cos(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) \approx 1$ y $\sin(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) \approx 0$. Nótese que $\cos \chi = 1 - 2 \sin^2(\frac{\chi}{2})$ y por lo tanto,

$$R(\gamma_i) R^{-1}(\bar{\gamma}_i) = I - \Delta = I - \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta \\ -\delta & \delta_1 \end{bmatrix}$$

con $\delta = \sin(\gamma_i - \bar{\gamma}_i) \approx 0$ y $\delta_1 = 2 \sin^2(\frac{\gamma_i - \bar{\gamma}_i}{2}) \approx 0$. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado (9)-(15), toma la forma,

$$\begin{bmatrix} E_{i1}^+ \\ E_{i2}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{i1} & 0 \\ 0 & h_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde $\Gamma_j \approx 0$, $j = 1, 2$. Bajo la condición $-1 < h_{ij} < 1$, es posible ver que la solución de (17) evoluciona de acuerdo a

$$E_{ij}(k) = h_{ij}^k E_{ij}(0) + \sum_{m=0}^{k-1} h_{ij}^{(k-1-m)} \Gamma_j(m).$$

Considerando $\|\Gamma_j(k)\| \leq b$ para todo $k > 0$ y el hecho que $h_{ij} < 1$, se tiene que,

$$E_{ij}(k) = h_{ij}^k E_{ij}(0) + \varkappa_j \quad (18)$$

donde $\varkappa_j \rightarrow \frac{b}{1-h_{ij}}$ cuando $k \rightarrow \infty$. De lo anterior, el error de acoplamiento tenderá exponencialmente a una vecindad del origen que depende del valor máximo de Γ_j . Nótese que cuando la velocidad angular de los vehículos es constante, como ocurre en el seguimiento de una recta o como puede ocurrir en una trayectoria circular, el término de perturbación \varkappa_j tiende a cero, obteniéndose en este caso, la convergencia exponencial al origen del error de acoplamiento.

Nótese que la convergencia a cero del error de acoplamiento no implica la convergencia individual de los errores de posición y sincronización.

IV-B. Análisis del error de posición

Para analizar la evolución de los errores de posición, considere de nuevo la dinámica en errores de acoplamiento E_i , esto es

$$\begin{aligned} E_i &= C_i e_i + \beta_i (\varepsilon_i^- - \varepsilon_{(i-1)}^-) \\ E_i^+ &= C_i e_i^+ + \beta_i (\varepsilon_i - \varepsilon_{(i-1)}). \end{aligned}$$

Definiendo la evolución del error de acoplamiento (17), a partir de (18), como la función $E_i(k) = \zeta$ la dinámica del error de posición toma la forma,

$$e_i^+ = -(C_i)^{-1} \beta_i (\varepsilon_i - \varepsilon_{(i-1)}) + (C_i)^{-1} \zeta^+. \quad (19)$$

Sustituyendo (11) en la ecuación anterior se obtiene,

$$\begin{aligned} e_i^+ &= -(C_i)^{-1} \beta_i (C_i e_i - C_{i+1} e_{i+1} \\ &\quad - C_{i-1} e_{i-1} + C_i e_i) + (C_i)^{-1} \zeta^+ \\ &= -2\beta_i e_i + (C_i)^{-1} \beta_i C_{i+1} e_{i+1} \\ &\quad + (C_i)^{-1} \beta_i C_{i-1} e_{i-1} + (C_i)^{-1} \zeta^+. \end{aligned}$$

Siguiendo los desarrollos para el caso continuo dado en (Khalil, 2002) es fácil ver que considerando el hecho que el término $(C_i)^{-1} \zeta^+$ converge exponencialmente a una vecindad del origen, la estabilidad (estabilidad práctica) del sistema (19) depende de la evolución del sistema libre de la perturbación $(C_i)^{-1} \zeta^+$, dado por,

$$e_i^+ = -2\beta_i e_i + (C_i)^{-1} \beta_i C_{i+1} e_{i+1} + (C_i)^{-1} \beta_i C_{i-1} e_{i-1}. \quad (20)$$

Definiendo ahora los errores auxiliares $\xi_i = [e_{1i}, e_{2i}, \dots, e_{ni}]^T$ para $i = 1, 2$, es posible desacoplar la dinámica del sistema (20) en dos subsistemas independientes de la forma,

$$\xi_i^+ = G_i \xi_i,$$

donde G_i tiene la forma,

$$G_i = \begin{bmatrix} -2\beta_{1i} & \beta_{1i} \frac{c_{2i}}{c_{1i}} & 0 \dots & \dots 0 & \beta_{1i} \frac{c_{ni}}{c_{1i}} \\ \beta_{2i} \frac{c_{1i}}{c_{2i}} & -2\beta_{2i} & \beta_{2i} \frac{c_{3i}}{c_{2i}} & 0 \dots & \dots 0 \\ 0 \dots & \dots 0 & \ddots & 0 \dots & \dots 0 \\ 0 \dots & \dots 0 & \beta_{4i} \frac{c_{3i}}{c_{4i}} & -2\beta_{4i} & \beta_{4i} \frac{c_{ni}}{c_{4i}} \\ \beta_{ni} \frac{c_{1i}}{c_{ni}} & 0 \dots & \dots 0 & \beta_{ni} \frac{c_{4i}}{c_{ni}} & -2\beta_{ni} \end{bmatrix}.$$

Es posible verificar que los valores propios de las matrices G_i dependen sólo de los parámetros β_{ij} dado que existe una matriz invertible P tal que, $G_i = P^{-1} \bar{G}_i P$ con,

$$\bar{G}_i = \begin{bmatrix} -2\beta_{1i} & \beta_{1i} & 0 \dots & \dots 0 & \beta_{1i} \\ \beta_{2i} & -2\beta_{2i} & \beta_{2i} & 0 \dots & \dots 0 \\ 0 \dots & \dots 0 & \ddots & 0 \dots & \dots 0 \\ 0 \dots & \dots 0 & \beta_{4i} & -2\beta_{4i} & \beta_{4i} \\ \beta_{ni} & 0 \dots & \dots 0 & \beta_{ni} & -2\beta_{ni} \end{bmatrix}.$$

De lo anterior se puede concluir entonces que los errores de posición convergen a una vecindad del origen determinada fundamentalmente por la magnitud del error de acoplamiento.

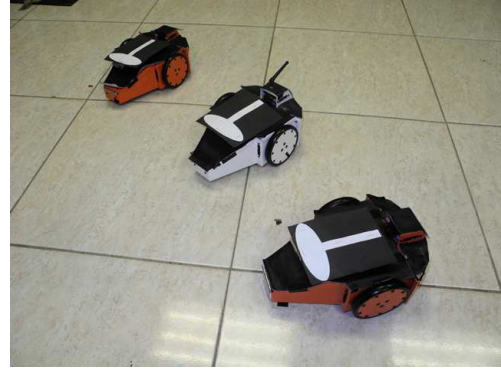


Figura 2. Robots tipo (2, 0).

V. RESULTADOS EXPERIMENTALES

La estrategia de control es evaluada mediante experimentos en tiempo real considerando un conjunto de 3 robot móviles tipo unicycle.

V-A. Plataforma experimental

Para la realización de los experimentos se consideraron tres robots Garcia (ver Figura 2) de la compañía Acroname, los cuales se desplazan en un área de trabajo de $2,4 \times 1,8$ m. cubierta por una cámara de video (Genie HM640) con una definición de 640×480 pixeles, con la cual se obtiene la posición y orientación de cada uno de los robots con una definición de 3,75mm por pixel. La cámara se configura para capturar y procesar 50 cuadros por segundo, mientras que el periodo de muestreo en la ley de control se establece en 100ms. Los parámetros del vehículo resultan $m = 0,09$ m., $r = 0,05$ m y $l = -0,09$ m.

V-B. Trayectoria deseada

Para obtener la formación de los robots en el espacio de trabajo se distribuyen los vehículo sobre el perímetro de un círculo como se muestra en la Figura 3. Considerando la restricción en la formación de los robots, la trayectoria deseada para cada uno de ellos se genera a partir de,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{i1d} \\ \alpha_{i2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & \sin \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (21)$$

donde φ_i es el ángulo con respecto al eje Q_1 (Figura 3) del i -ésimo robot sobre el círculo, a es el radio del círculo y x e y representan una trayectoria deseada para el grupo de robots que está descrita por una Lemniscata de Bernoulli en su forma paramétrica, esto es, x e y se definen como, $x = \frac{\cos(kT)}{1+\sin^2(kT)}$, $y = \frac{\sin(kT) \cos(kT)}{1+\sin^2(kT)}$. De la definición de trayectoria deseada (21), es posible ver que al mismo tiempo que se define una trayectoria para cada robot, se genera la formación requerida para el grupo de robots.

Los ángulos de posición de los tres robots sobre el perímetro del círculo están dados como, $\varphi_1 = 5^\circ$, $\varphi_2 = 44,69^\circ$ y $\varphi_3 = 87^\circ$ y los experimentos se llevaron a cabo considerando polos en la ecuación (17) dados por,

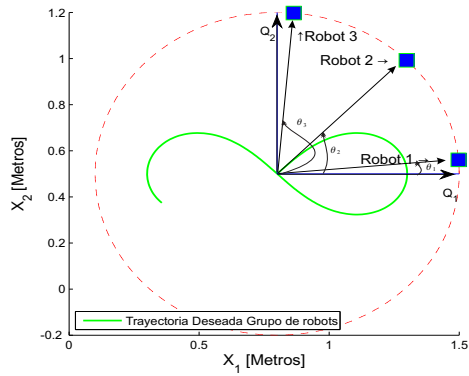


Figura 3. Posición deseada de formación

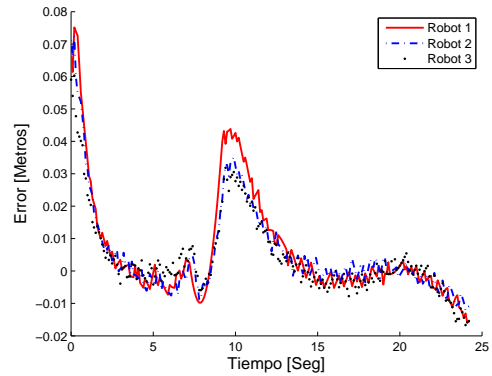


Figura 5. Error de posición α_1 .

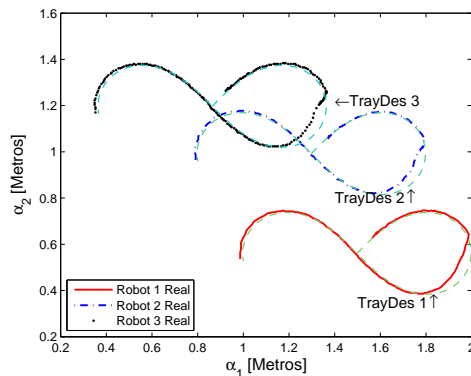


Figura 4. Trayectoria experimental Vs deseada.

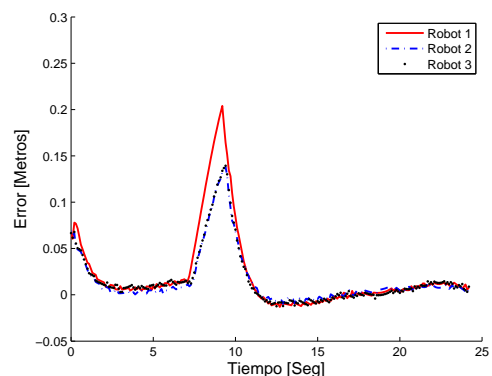


Figura 6. Error de posición α_2 .

$h_{i1} = h_{i2} = 0,3$ para $i = 1, 2, 3$ y para los parámetros de la ecuación del error de acoplamiento (12), dados por, $\beta_{i1} = \beta_{i2} = -0,3$ para $i = 1, 2, 3$ y $c_{11} = c_{12} = -0,4$, $c_{i1} = c_{i2} = 0,25$ para $i = 2, 3$. Con estos valores asignados a las ganancias, se observa que los valores propios λ_{i1} , λ_{i2} y λ_{i3} de las matrices G_i se encuentran en $\lambda_{i1} = -0,9$, $\lambda_{i2} = -0,9$ y $\lambda_{i3} = 0$ para $i = 1, 2$ lo cual produce un sistema en lazo cerrado con errores de posición convergentes.

El experimento se llevó a cabo en un tiempo de 25 segundos y para mostrar las diferencias entre los errores de posición (seguimiento de la trayectoria deseada) y sincronización con respecto a los otros robots, se consideró que el robot número uno se detiene en $t = 7\text{seg}$ por un periodo de 2seg. En la Figura 4 se muestra el desplazamiento de los robots en el plano de trabajo. Los errores de posición α_1 , α_2 se muestran en las Figuras 5, 6 donde es claro que la convergencia de los mismos se obtiene adecuadamente excepto en los tiempos en los que el robot uno es detenido. Durante este periodo de tiempo los errores de acoplamiento E_1 , E_2 son diferentes de cero como se muestra en las Figuras 7, 8. Las señales de retroalimentación u_1 , u_2 obtenidas en el experimento se muestran en las Figuras 9, 10 donde es posible ver que se mantienen en valores adecuados de velocidad.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se analiza el problema de sincronización de un grupo de robots móviles considerando un enfoque discreto. La estrategia de control propuesta permite modular la importancia de los errores de posición con respecto a una trayectoria deseada o la sincronía de uno de los robots con respecto a sus vecinos. La ley de control se obtiene al considerar la convergencia de los errores de acoplamiento y se muestra además la convergencia de los errores de posición. La estrategia desarrollada se evalúa en forma experimental considerando la evolución de un grupo de tres robots móviles para los cuales se implementa un esquema de localización absoluta basada en visión artificial. Como trabajo futuro se plantea el análisis de la orientación de los vehículos para la cual, por el momento, no se plantea una trayectoria deseada.

REFERENCIAS

- Balch, T. and Arkin, R. C. (1998). Behavior-based formation control for multirobot teams, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **14**(6): 926–939.
- Canudas, C., Siciliano, B., Bastin, G., Brogliato, B., Campion, G., D'Andrea-Novell, B., Luca, A. D., Khalil, W., Lozano, R., Ortega, R., Samson, C. and Tomei, P. (1996). *Theory of Robot Control*, Springer-Verlag, London.

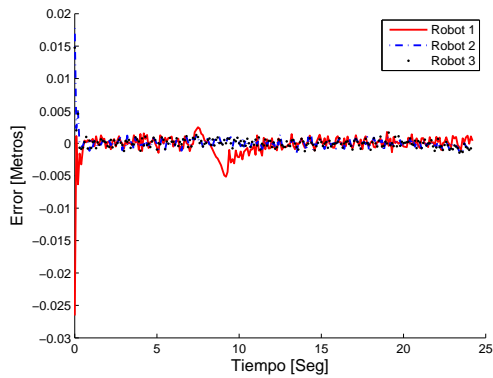


Figura 7. Error de acoplamiento E_1 .

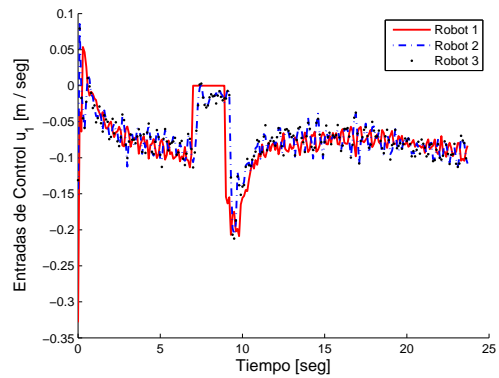


Figura 9. Entrada de control u_1 .

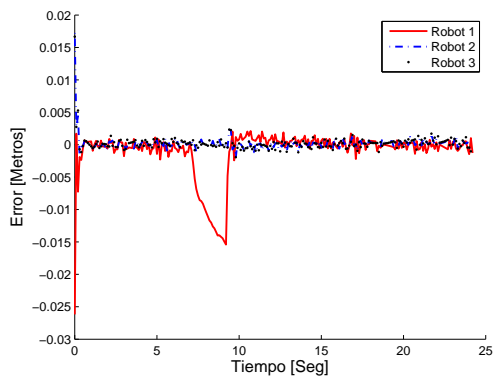


Figura 8. Error de acoplamiento E_2 .

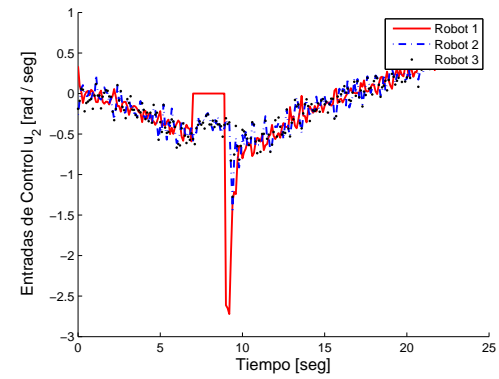


Figura 10. Entrada de control u_2 .

Chen, J., Sun, D., Yang, J. and Chen, H. (2009). Leader-follower formation control of multiple non-holonomic mobile robots incorporating a receding-horizon scheme, *The International Journal of Robotics Research* **29**(6): 727–747.

Das, A. K., Fierro, R., Kumar, V., Ostrowski, J. P., Spletzer, J. and Taylor, C. J. (2002). A vision-based formation control framework, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **18**(5): 813–825.

Desai, J. P., Ostrowski, J. P. and Kumar, V. (2001). Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **17**(6): 905–908.

Feddema, J. T., Lewis, C. and Schoenwald, D. A. (2002). Decentralized control of cooperative robotic vehicles: Theory and application, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **18**(5): 852–863.

Fox, D., Burgard, W., Kruppa, H. and Thrun, S. (2000). A probabilistic approach to collaborative multi-robot localization, *Autonomous Robots* **8**(3): 325–344.

Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear systems, Third Edition*, Prentice Hall.

Stilwell, D. J. and Bay, J. S. (1993). Toward the development of a material transport system using swarms of ant-like robots, pp. 852–863.

Sun, D. and Wang, C. (2007). Controlling swarms of mobile robots for switching between formations using synchronization concept, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2300–2305.

Sun, D., Wang, C., Shang, W. and Feng, G. (2009). A synchronization approach to trajectory tracking of multiple mobile robots while maintaining time-varying formations, *IEEE Transactions on Robotics* **25**(5): 1074–1086.

Tan, K. H. and Lewis, M. A. (1996). Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control, *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Osaka, Japan, pp. 132–139.

Velasco-Villa, M., Aranda-Bricaire, E. and Orosco-Guerrero, R. (2009). Discrete-time modeling and path-tracking for wheeled mobile robots, *Computación y Sistemas* **13**(2): 142–160.